

Warm Up mit Kopfgeometrie V

Aufwärmen und Üben mit
(Kopf-) Geometrie und Raumvorstellung

Autor:
Holger Birnbräuer

Mathematik – Warm Up II

Aufwärmen und Üben mit (Kopf-)Geometrie und Raumvorstellung in der Sekundarstufe

Zielsetzung des Ordners

Zielsetzung dieser Sammlung ist es, Lehrerinnen und Lehrern einfach und schnell einsetzbares und erprobtes Material zu bieten, um mit Schülerinnen und Schülern erfolgreich den enorm wichtigen und oft vernachlässigten Bereich der Geometrie, und hier speziell der Raumvorstellung, zu trainieren.

Die Aufgaben bieten die Möglichkeit, vergleichbar zum Kopfrechnen und zum „10-Minuten-Rechnen“, Geometrie-Kenntnisse für Mathematikstunden aufzuwärmen oder von ihnen ausführlicher Gebrauch zu machen.

Schulbücher bieten entsprechende Aufgaben nur in geringem Umfang und sehr isoliert stehend an. Die Übungen in diesem Ordner sind innerhalb des jeweiligen Aufgabentyps von gestufter Schwierigkeit und bauen aufeinander auf, sodass die Schülerinnen und Schüler Schritt für Schritt ihre Fähigkeiten erweitern können.

Auf jeder Folie und jedem Aufgabenblatt finden Sie Hinweise zu benötigten Materialien, ungefähre Dauer und zur Zielsetzung der einzelnen Aufgaben.

Die folgenden Seiten bieten einen kurzen Abriss der zu Grunde liegenden Theorie und Mathematikdidaktik. Sie verdeutlichen die Wichtigkeit von Übung und Arbeit auf dem Feld, das dieser Ordner abdeckt.

Hervorzuheben ist außerdem die Einsetzbarkeit zahlreicher Aufgaben zur Förderung von Schülerinnen und Schülern mit Lernschwierigkeiten.

Bildungsstandards und Lehrpläne

Die vorliegende Aufgabensammlung trägt dazu bei, die Forderungen der Lehrpläne für den Mathematikunterricht der Sekundarstufe I zu erfüllen, die aus den Bildungsstandards abgeleitet sind. Die Aufgaben bieten Möglichkeit zum Kommunizieren und Argumentieren¹, tragen aber auch zur Entwicklung von Fach- und Sachkompetenzen in den ausgewiesenen Leitideen bei. Die Bedeutung für die verschiedenen Leitideen (z. B. Zahl und Modellieren) ergibt sich aus den weiteren Ausführungen in diesem Vorwort. In diesem Abschnitt werden nur die Leitideen und Kompetenzen mit direktem Bezug aufgeführt:

„Leitidee Raum und Form“:

Die Schülerinnen und Schüler

- erkennen und beschreiben geometrische Objekte und Beziehungen in der Umwelt.
- operieren gedanklich mit Strecken, Flächen und Körpern.
- stellen geometrische Figuren und elementare geometrische Abbildungen im ebenen kartesischen Koordinatensystem dar.
- fertigen Netze, Schrägbilder und Modelle von ausgewählten Körpern an und erkennen Körper aus ihren entsprechenden Darstellungen.
- klassifizieren Winkel, Dreiecke, Vierecke und Körper.
- (...).
- zeichnen und konstruieren geometrische Figuren unter der Verwendung angemessener Hilfsmittel wie Zirkel, Lineal, Geodreieck oder dynamischer Geometrie-Software².

¹ Nach KMK: Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Hauptschulabschluss, Luchterhand, München und Neuwied 2004, S. 7f

² Nach KMK: Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Hauptschulabschluss, Luchterhand, München und Neuwied 2004, S. 8

Vorwort – 2

Stiefkind Geometrie

Der Geometrieunterricht führt in unseren Schulen meist ein Schattendasein und wird „zu Gunsten“ der Arithmetik und des Sachrechnens vernachlässigt. Dies belegen mehrere Studien, deren Ergebnisse KRAUTHAUSEN/SCHERER³ und MAIER⁴ dem Interessierten genauer darlegen.

Gefahren durch Vernachlässigung der Geometrie

Die Vernachlässigung geometrischer Inhalte wiegt jedoch schwer, denn es finden sich zwingende Gründe, die für eine intensive Auseinandersetzung mit der Geometrie im Mathematikunterricht sprechen. Eine übersichtliche Aufstellung bieten wiederum KRAUTHAUSEN/SCHERER:

- Die Geometrie ist für die generelle geistige Entwicklung von fundamentaler Bedeutung. In zahlreichen Modellen von Intelligenz wird Raumvorstellung als ein zentraler Aspekt angesehen.
- Geometrische Fähigkeiten von Kindern entwickeln sich vor allem während der Volksschulzeit!
- Geometrie leistet einen bedeutsamen Beitrag zur Umwelterschließung.
- Inhaltliche und allgemeine Lernziele des Mathematikunterrichts können mit Hilfe der Geometrie erreicht werden: „Beide Arten von Lernzielen (...) können besonders im Geometrieunterricht integrativ verfolgt werden, z. B. durch Tätigkeiten des Vergleichens, Ordnen, Sortierens, Argumentierens und Begründens, durch Kreativ-sein und soziales Lernen etc.“⁵.
- Geometrie ist Voraussetzung zum Verständnis arithmetischer Kontexte und Veranschaulichungen.
- Geometrie schult die rechte Gehirnhälfte.
- Geometrie kann eine positive Einstellung zum Fach Mathematik wecken⁶.

Geometrie und Rechenstörungen

Einen Zusammenhang zwischen geometrischen Fähigkeiten und Lernschwächen belegte bereits 1977 eindrucksvoll eine Studie von FROSTIG, HORNE & MILLER, bei der 80 % der überprüften Kinder mit einer Lernschwäche Defizite im Bereich der visuellen Wahrnehmung aufwiesen⁷.

Zur Trainierbarkeit von Raumvorstellung und visueller Wahrnehmung

Nachdem die Bedeutsamkeit der Auseinandersetzung mit geometrischen Inhalten belegt wurde, ist nun noch die Frage zu klären, ob sich die entsprechenden Fähigkeiten überhaupt trainieren lassen. MAIER erwähnt ca. 40 Studien, die belegen, dass ein Training der Fähigkeiten im oben beschriebenen Bereich möglich ist⁸. Gleichzeitig benennt er Faktoren für die effiziente und motivationserhaltende Durchführung des Trainings im Unterricht:

- „Kopfgeometrie **regelmäßig trainieren**; d.h. als kurze (zumindest anfangs) tägliche Übung behutsam einführen,
- eine sehr gute **Abstufung des Schwierigkeitsgrades** anstreben,
- die **Informationen knapp und redundanzarm** geben. (...) (Hervorhebungen im Original)⁹

³ KRAUTHAUSEN, G./SCHERER, P.: Einführung in die Mathematikdidaktik, 2. Auflage, Spektrum akademischer Verlag, Heidelberg/Berlin 2003, S. 51 f

⁴ nach MAIER, P. H.: Räumliches Vorstellungsvermögen, 1. Auflage, Auer, Donauwörth 1999, S. 161 ff

⁵ KRAUTHAUSEN, G./SCHERER, P.: Einführung in die Mathematikdidaktik, 2. Auflage, Spektrum akademischer Verlag, Heidelberg/Berlin 2003, S. 56

⁶ nach ebd. S. 55 ff

⁷ nach MAIER, P. H.: Räumliches Vorstellungsvermögen, 1. Auflage, Auer, Donauwörth 1999, S. 137 ff

⁸ nach MAIER, P. H.: Räumliches Vorstellungsvermögen, 1. Auflage, Auer, Donauwörth 1999, S. 81 ff

⁹ nach ebd. S. 296

Vorwort – 3

Dieser Ordner bietet zahlreiche Möglichkeiten, die Raumvorstellung der Schülerinnen und Schüler zu fördern und berücksichtigt zudem die geforderten Umsetzungshinweise für den Unterricht.

Zum Begriff Kopfgeometrie

Für den Begriff der Kopfgeometrie findet man sehr unterschiedliche Definitionen. Zum einen kann man Kopfgeometrie sehr eng definieren, also als Lösung von Geometrieaufgaben nur im Kopf. Grundlage dieses Ordners ist eine weiter gefasste Definition, nach der „... vorstellend an und mit geometrischen Gebilden operiert wird“¹⁰. Diese Definition beinhaltet auch die Möglichkeit der Lösung mit Hilfe von Zeichnungen, Materialien und Modellen.

Teilaspekte der Raumvorstellung

Raumvorstellung ist eine Kompetenz, die sich aus unterschiedlichen Teilfähigkeiten zusammensetzt:

- Räumliche Wahrnehmung
- Veranschaulichung oder räumliche Visualisierung
- Vorstellungsfähigkeit von Rotationen
- Räumliche Beziehungen
- Räumliche Orientierung¹¹

In diesem Ordner finden Sie Umsetzungen und Übungen aus diesen Teilbereichen (mit Einschränkungen beim Bereich räumliche Orientierung, der nur ausgehend von der jeweiligen Schulumgebung angegangen werden kann).

Zusammenfassung

Geometrie wird im Mathematikunterricht vernachlässigt. Dies kann, wie oben beschrieben schwerwiegende Folgen für die einzelnen Schülerinnen und Schüler haben. Übung auf diesem Gebiet ist somit zwingend notwendig. Dieser Ordner bietet Ihnen für diese notwendige Arbeit eine Vielzahl von Aufgaben und Anregungen, die Sie leicht in Ihrem Unterricht verwenden können und die den Bildungsstandards sowie den Lehrplänen entsprechen, denn ...

**„Es genügt nicht, in der Schule räumliches Vorstellungsvermögen zu beanspruchen;
es muss und kann entwickelt und gefördert werden.“¹²**

Holger Birnbräuer

¹⁰ PALZKILL, L./SCHWIRTZ, W.: Die Raumlehrerstunde – Eine Einführung in den operativen Geometrieunterricht der Hauptschule, Wuppertal, Ratingen und Kastellaun 1971

¹¹ nach MAIER, P. H.: Räumliches Vorstellungsvermögen, 1. Auflage, Auer, Donauwörth 1999, S. 51

¹² BESUDEN, H.: Die Förderung des räumlichen Vorstellungsvermögens in der Grundschule; In H. Besuden (1984): Knoten, Würfel und Ornamente – Aufsätze zur Geometrie in der Grund- und Hauptschule; J. Hayen (Hrsg.), Stuttgart, S. 69



Bauwerk 7 + 8

Zeit:



Räumliche Vorstellung Raum-Lage

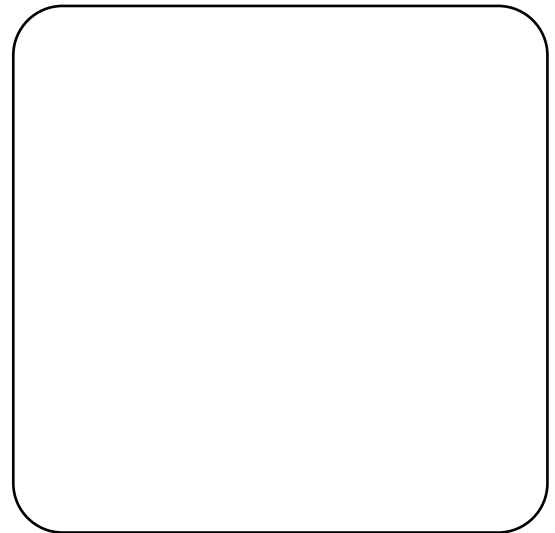
Materialien: Arbeitsblatt, Stift

Schwierigkeit:

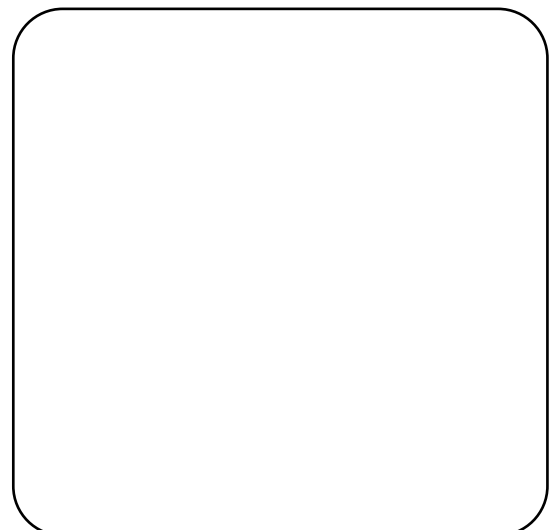


Skizziere das beschriebene Bauwerk im Schrägbild!

1. Das Bauwerk besteht aus drei geometrischen Körpern:
 - ⇒ zwei gleichgroße Würfel (rot, grün)
 - ⇒ ein Zylinder, der genau so hoch ist, wie einer der Würfel (blau)
2. Der grüne Würfel bildet den unteren Teil des Bauwerks.
3. Der andere Würfel bildet den obersten Teil des Bauwerks.
4. Zwischen den beiden Würfeln steht der Zylinder.
5. Die Boden- und Deckfläche des Zylinders sind jeweils so groß, dass sie die Kanten der Würfel in der Mitte berühren.



1. Das Bauwerk besteht aus drei geometrischen Körpern:
 - ⇒ zwei gleichgroße Würfel (rot, blau)
 - ⇒ Quader (grün)
2. Der linke Teil des Bauwerks wird von den beiden Würfeln gebildet.
3. Der blaue Würfel liegt genau passend auf dem roten.
4. Der Quader bildet den rechten Teil des Bauwerks.
5. Er ist genau so hoch, wie die beiden Würfel zusammen.
6. Würfel und Quader haben die gleiche Tiefe und Breite.





Blickwinkel 4

Zeit:



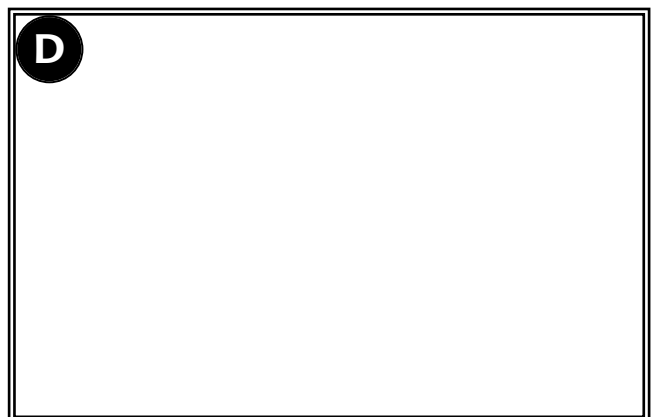
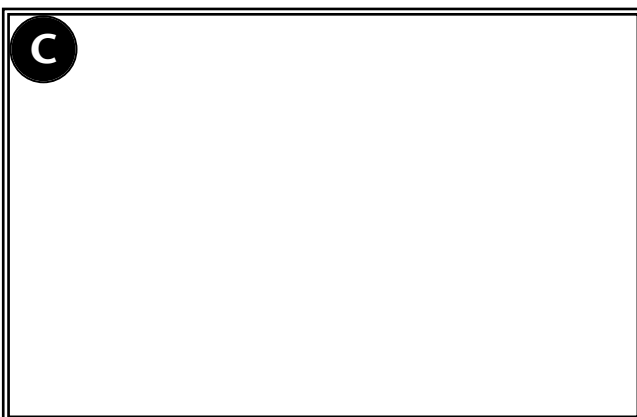
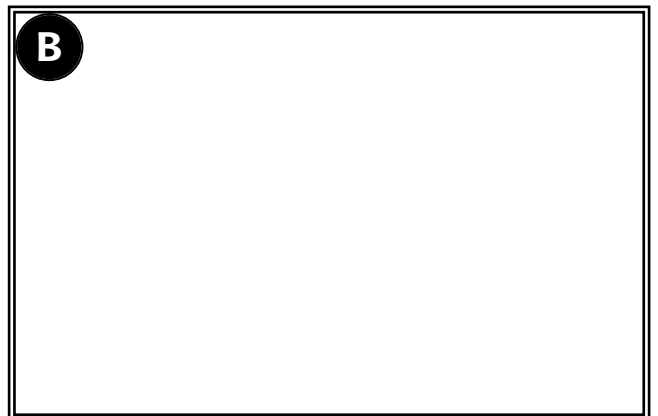
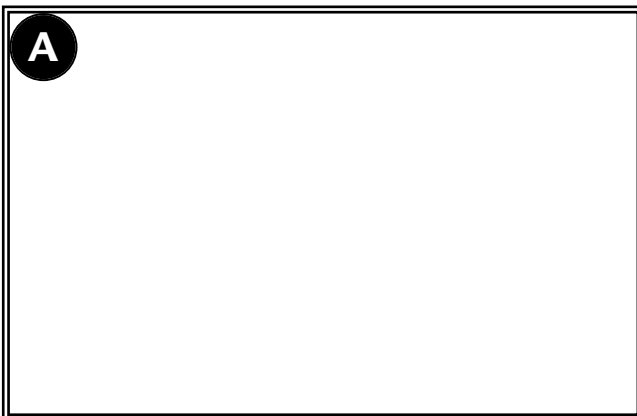
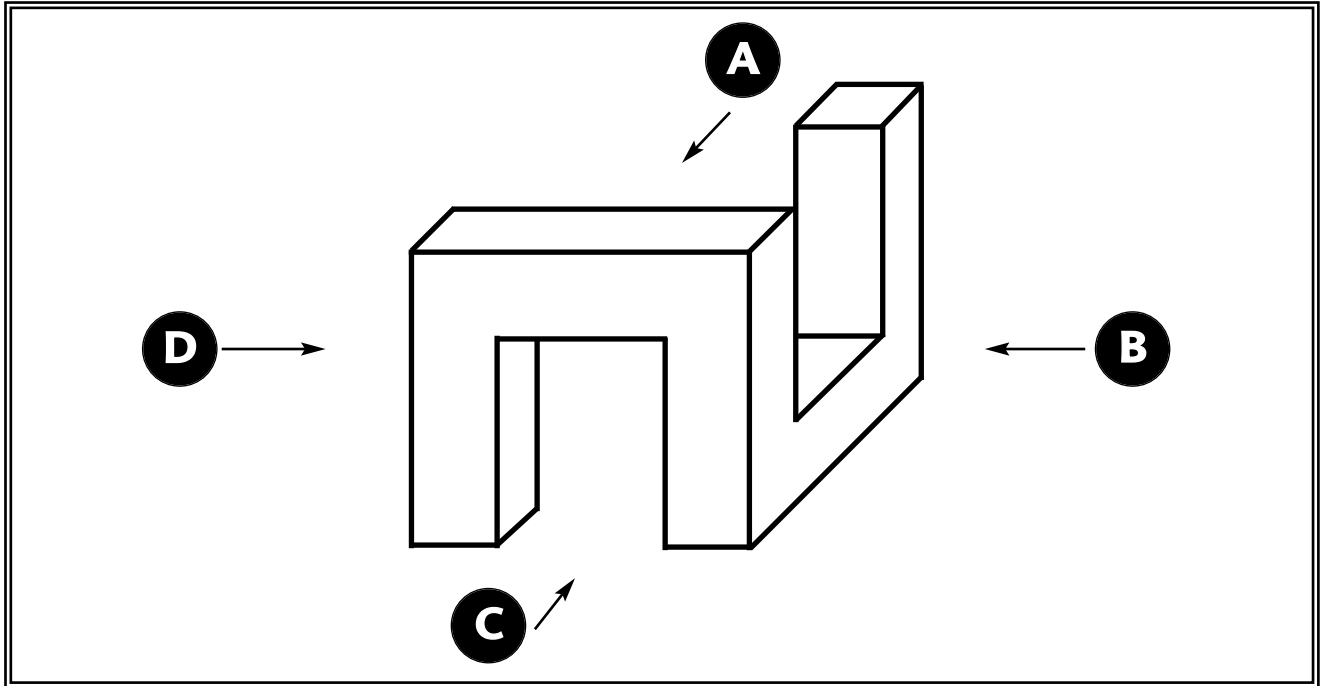
Raumvorstellung

Materialien: Arbeitsblatt, Stift

Schwierigkeit:



Skizziere die Ansichten des Objektes!





Würfellücken 3 + 4

Zeit:



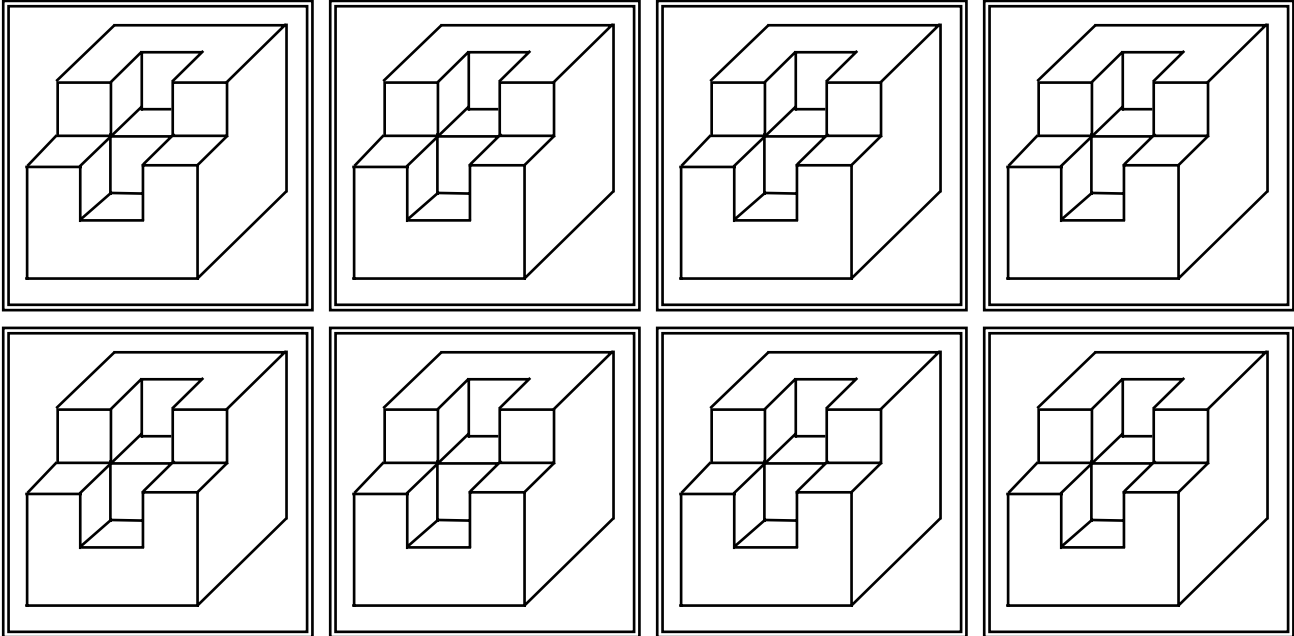
Räumliche Vorstellung

Materialien: Arbeitsblatt, Stift

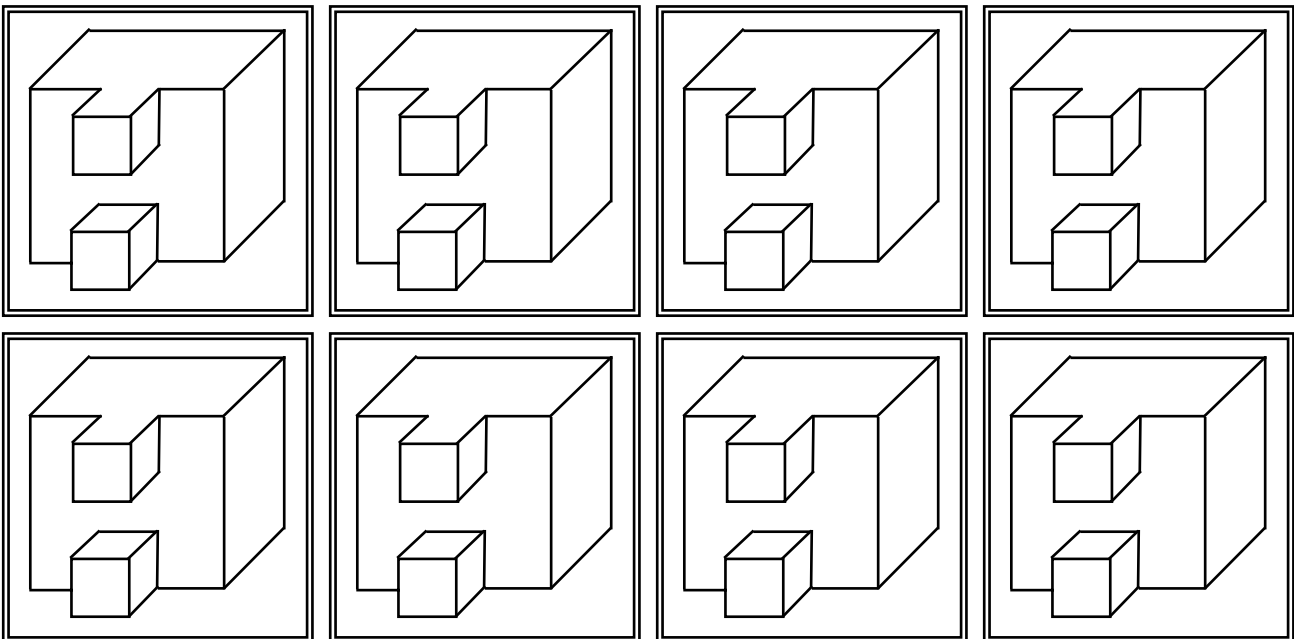
Schwierigkeit:



Würfellücken zu Folie 3



Würfellücken zu Folie 4





Drehungen 11

Zeit:
ca.
5-10
Minuten

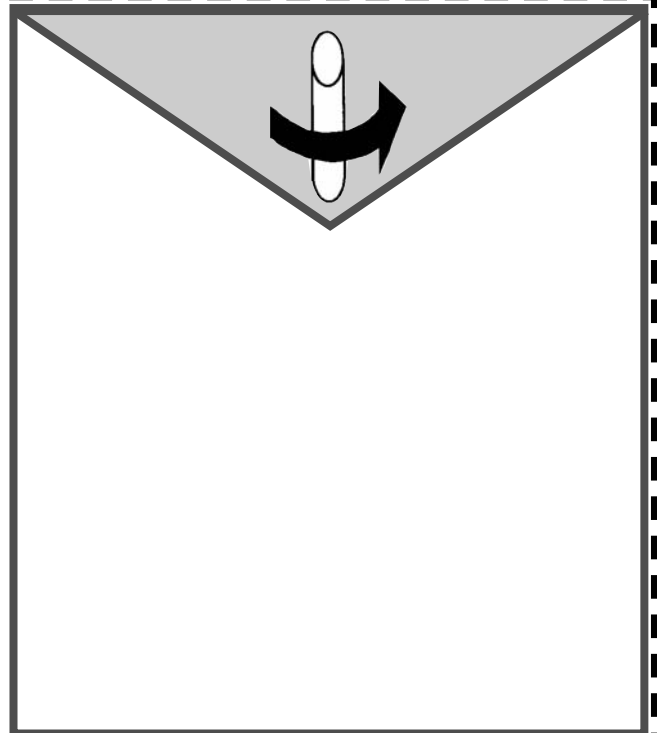
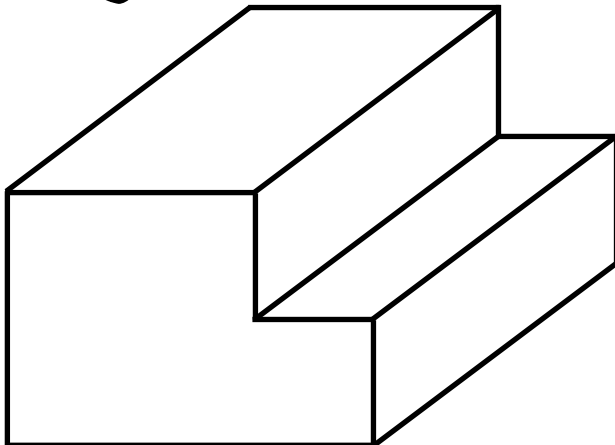
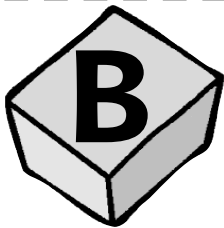
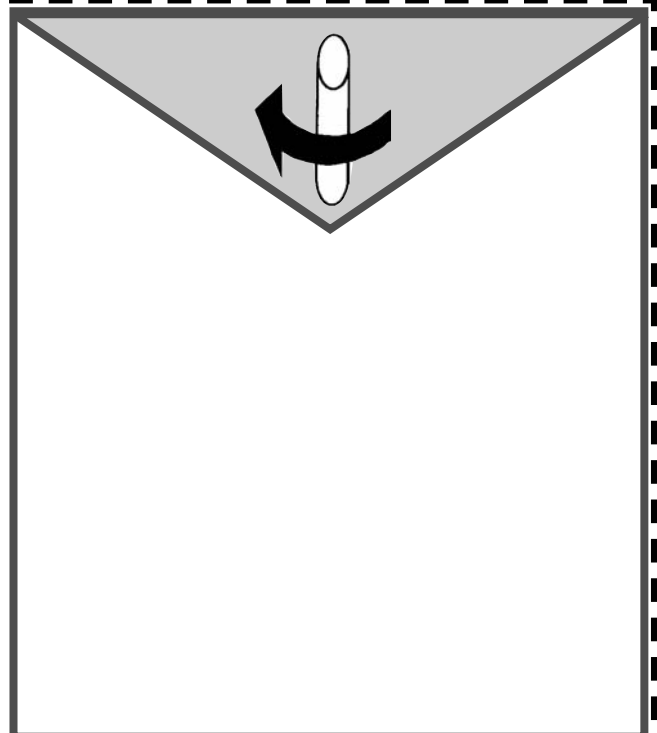
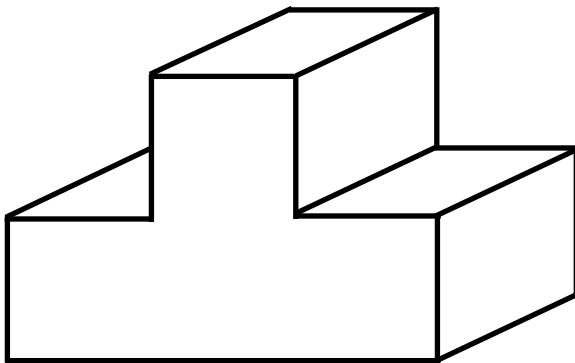
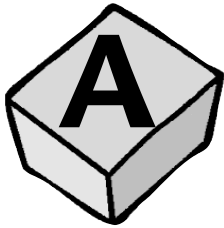
Räumliche Vorstellung – Rotationen Skizzieren

Schwierigkeit:
2

Materialien: Arbeitsblatt, Stift

11

Skizziere den Körper,
wie er nach einer Vierteldrehung in die
angegebene Richtung aussieht!





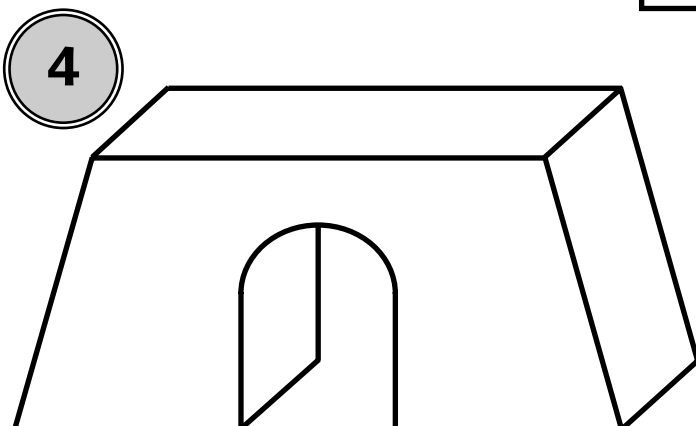
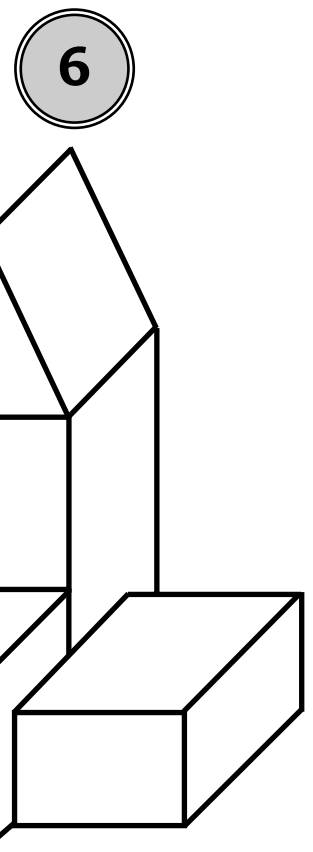
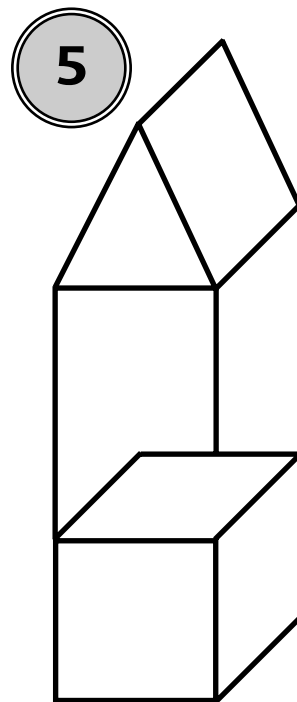
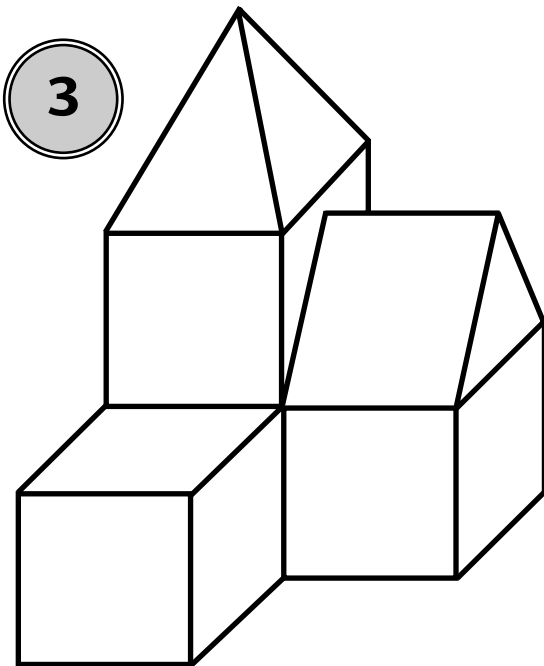
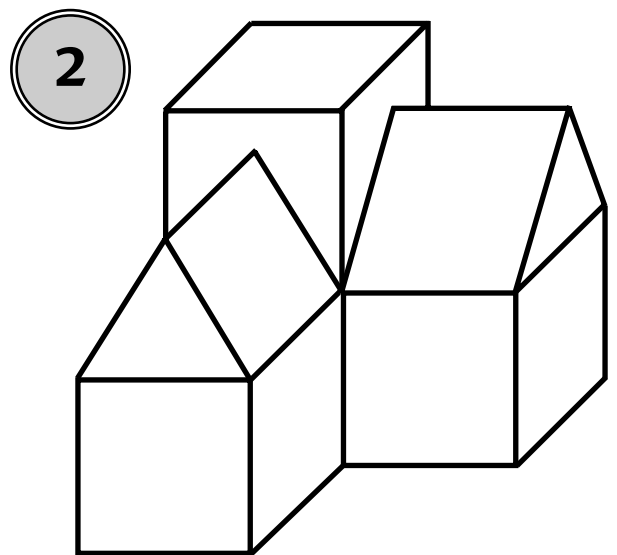
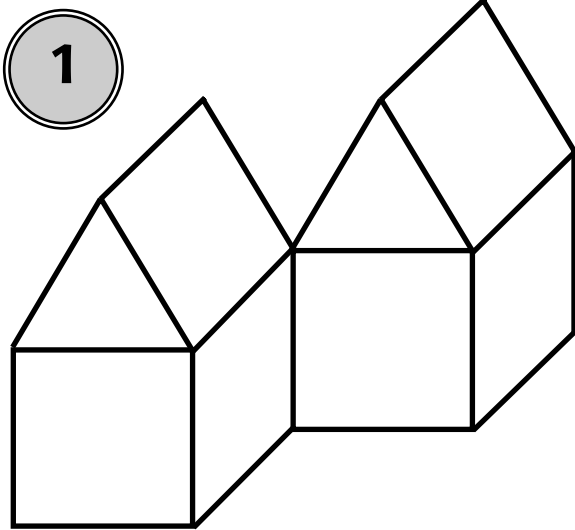
Luftbild 1-6

Zeit:
ca. **5**
Minuten

Raumvorstellung

Materialien: Arbeitsblatt, Stift

Schwierigkeit:
1-2





Dreitafelprojektion – Folie 1

Zeit:



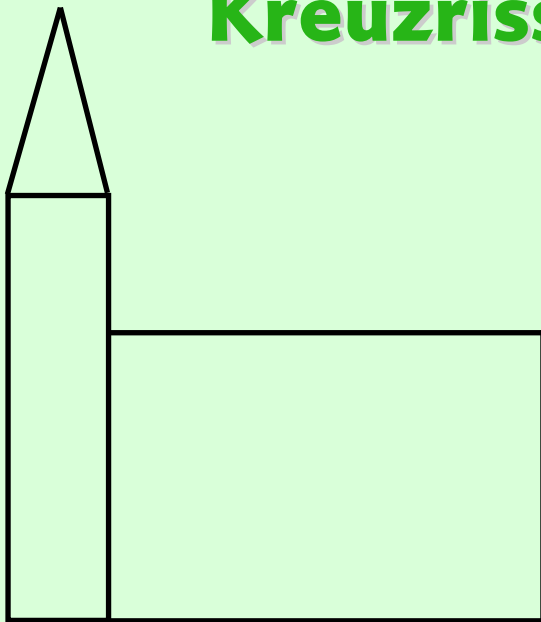
Raumvorstellung

Schwierigkeit:

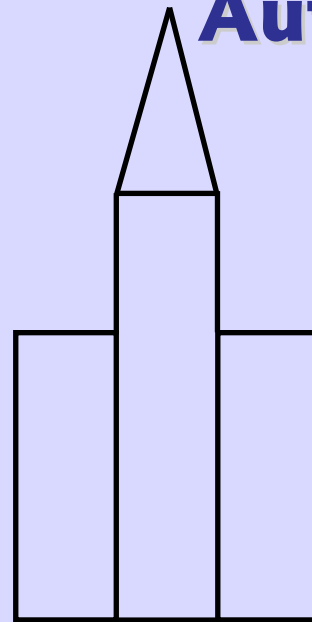


Was siehst du?

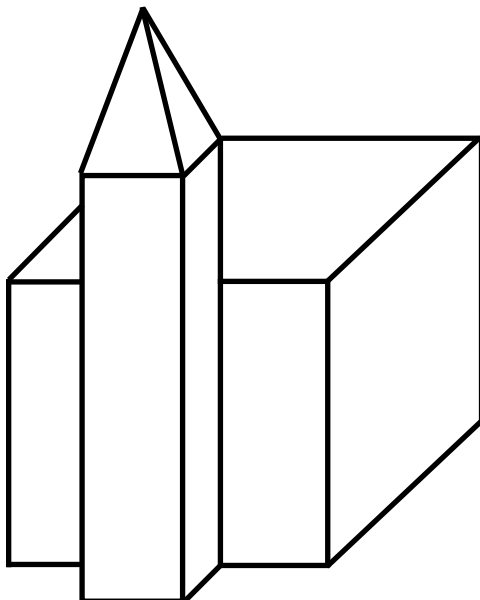
Kreuzriss



Aufriss



Schrägbild



Grundriss

