

# Warm Up I Kopfgeometrie

Autor: Holger Birnbräuer

Erschienen im Lipura Verlag. Alle Rechte Vorbehalten. Schullizenz

ArtNr.: 2009

Vorwort - 1

## Mathematik Warm Up mit Kopfgeometrie — I\*

### Aufwärmen und Üben mit (Kopf-)Geometrie und Raumvorstellung

\*leichte Anforderungen

#### Zielsetzung des Ordners

Zielsetzung dieser Sammlung ist es, Lehrerinnen und Lehrern einfach und schnell einsetzbares und erprobtes Material zu bieten, um mit Schülerinnen und Schülern erfolgreich den enorm wichtigen und oft vernachlässigten Bereich der Geometrie, und hier speziell der Raumvorstellung, zu trainieren.

Die Aufgaben bieten die Möglichkeit, vergleichbar zum Kopfrechnen und zum "10-Minuten-Rechnen", Geometrie-Kenntnisse für Mathematikstunden aufzuwärmen oder von ihnen ausführlicher Gebrauch zu machen. Schulbücher bieten entsprechende Aufgaben nur in geringem Umfang und sehr isoliert stehend an. Die Übungen in diesem Ordner sind innerhalb des jeweiligen Aufgabentyps von gestufter Schwierigkeit und bauen aufeinander auf, sodass die Schülerinnen und Schüler Schritt für Schritt ihre Fähigkeiten erweitern können. Auf jeder Folie und jedem Aufgabenblatt finden Sie Hinweise zu benötigten Materialien, ungefährer Dauer und zur Zielsetzung der einzelnen Aufgaben. Die folgenden Seiten bieten einen kurzen Abriss der zu Grunde liegenden Theorie und Mathematikdidaktik. Sie verdeutlichen die Wichtigkeit von Übung und Arbeit auf dem Feld, das dieser Ordner abdeckt. Hervorzuheben ist außerdem die Einsetzbarkeit zahlreicher Aufgaben zur Förderung von Schülerinnen und Schülern mit Lernschwierigkeiten.

#### Bildungsstandards und Bildungspläne

Die vorliegende Aufgabensammlung trägt dazu bei, die Forderungen der Bildungspläne für den Mathematikunterricht der Grundschule zu erfüllen, die aus den von der Kultusministerkonferenz veröffentlichten Bildungsstandards abgeleitet sind. Die Aufgaben bieten Möglichkeit zum Kommunizieren und Argumentieren<sup>1</sup>, tragen aber auch zur Entwicklung von Fach- und Sachkompetenzen in den ausgewiesenen Leitideen bei. Die Bedeutung für die verschiedenen Leitideen (z. B. Zahl und Modellieren) ergibt sich aus den weiteren Ausführungen in diesem Vorwort. In diesem Abschnitt werden nur die Leitideen und Kompetenzen mit direktem Bezug aufgeführt:

#### "Leitidee Raum und Form":

- → sich im Raum orientieren:
  - Über räumliches Vorstellungsvermögen verfügen.
  - Räumliche Beziehungen erkennen, beschreiben und nutzen (Anordnungen, Wege, Pläne, Ansichten).
  - Zwei- und dreidimensionale Darstellungen von Bauwerken (z. B. Würfelgebäuden) zueinander in Beziehung setzen (nach Vorlage bauen, zu Bauten Baupläne erstellen, Kantenmodelle und Netze untersuchen).
- → geometrische Figuren erkennen, benennen und darstellen:
  - Körper und ebene Figuren nach Eigenschaften sortieren und Fachbegriffe zuordnen.
  - Körper und Figuren in der Umwelt wieder erkennen. (...)
  - Zeichnungen mit Hilfsmitteln sowie Freihandzeichnungen anfertigen.
- → (...)

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Nach KMK: Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich, Luchterhand, München und Neuwied 2004, S. 6

### Vorwort – 2

#### **Stiefkind Geometrie**

Der Geometrieunterricht führt in unseren Schulen meist ein Schattendasein und wird "zu Gunsten" der Arithmetik und des Sachrechnens vernachlässigt. Dies belegen mehrere Studien, deren Ergebnisse KRAUTHAUSEN/SCHERER<sup>2</sup> und MAIER<sup>3</sup> dem Interessierten genauer darlegen.

#### Gefahren durch Vernachlässigung der Geometrie

Die Vernachlässigung geometrischer Inhalte wiegt jedoch schwer, denn es finden sich zwingende Gründe, die für eine intensive Auseinandersetzung mit der Geometrie im Mathematikunterricht der Grundschule sprechen. Eine übersichtliche Aufstellung bieten wiederum KRAUTHAUSEN/SCHERER:

- Die Geometrie ist für die generelle geistige Entwicklung von fundamentaler Bedeutung. In zahlreichen Modellen von Intelligenz wird Raumvorstellung als ein zentraler Aspekt angesehen.
- Geometrische Fähigkeiten von Kindern entwickeln sich vor allem während der Grundschulzeit!
- Geometrie leistet einen bedeutsamen Beitrag zur Umwelterschließung.
- Inhaltliche und allgemeine Lernziele des Mathematikunterrichts können mit Hilfe der Geometrie erreicht werden: "Beide Arten von Lernzielen (…) können besonders im Geometrieunterricht integrativ verfolgt werden, z. B. durch Tätigkeiten des Vergleichens, Ordnens, Sortierens, Argumentierens und Begründens, durch Kreativ-sein und soziales Lernen etc."<sup>4</sup>.
- Geometrie ist Voraussetzung zum Verständnis arithmetischer Kontexte und Veranschaulichungen.
- Geometrie schult die rechte Gehirnhälfte.
- Geometrie kann eine positive Einstellung zum Fach Mathematik wecken<sup>5</sup>.

Hervorzuheben ist hier noch einmal der zweite Punkt: Vor allem in der Grundschulzeit bietet sich die Chance die geometrischen Fähigkeiten der Kinder mit all ihren Bedeutungen für den Mathematikunterricht aber auch für das alltägliche Leben, zu fördern. Eine Chance, die nicht ungenutzt bleiben darf.

#### Geometrie und Rechenstörungen

Einen Zusammenhang zwischen geometrischen Fähigkeiten und Lernschwächen belegte bereits 1977 eindrucksvoll eine Studie von FROSTIG, HORNE & MILLER, bei der 80 % der überprüften Kinder mit einer Lernschwäche Defizite im Bereich der visuellen Wahrnehmung aufwiesen<sup>6</sup>.

#### Zur Trainierbarkeit von Raumvorstellung und visueller Wahrnehmung

Nachdem die Bedeutsamkeit der Auseinandersetzung mit geometrischen Inhalten belegt wurde, ist nun noch die Frage zu klären, ob sich die entsprechenden Fähigkeiten überhaupt trainieren lassen. MAIER erwähnt ca. 40 Studien, die belegen, dass ein Training der Fähigkeiten im oben beschriebenen Bereich möglich ist<sup>7</sup>. Gleichzeitig benennt er Faktoren für die effiziente und motivationserhaltende Durchführung des Trainings im Unterricht:

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> KRAUTHAUSEN, G./SCHERER, P.: Einführung in die Mathematikdidaktik, 2. Auflage, Spektrum akademischer Verlag, Heidelberg/Berlin 2003, S. 51 f

 $<sup>^{3}</sup>$  nach MAIER, P. H.: Räumliches Vorstellungsvermögen, 1. Auflage, Auer, Donauwörth 1999, S. 161 ff

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup> KRAUTHAUSEN, G./SCHERER, P.: Einführung in die Mathematikdidaktik, 2. Auflage, Spektrum akademischer Verlag, Heidelberg/Berlin 2003, S. 56

<sup>&</sup>lt;sup>5</sup> nach ebd. S. 55 ff

 $<sup>^{6}\,\</sup>text{nach\,MAIER,\,P.\,H.:\,R\"{a}umliches\,Vorstellungsverm\"{o}gen,\,1.\,Auflage,\,Auer,\,Donauw\"{o}rth\,1999,\,S.\,137\,\,\text{ff}}$ 

<sup>&</sup>lt;sup>7</sup> nach MAIER, P. H.: Räumliches Vorstellungsvermögen, 1. Auflage, Auer, Donauwörth 1999, S. 81 ff

#### Vorwort – 3

- "Kopfgeometrie **regelmäßig trainieren**; d.h. als kurze (zumindest anfangs) tägliche Übung behutsam einführen,
- eine sehr gute **Abstufung des Schwierigkeitsgrades** anstreben,
- die **Informationen knapp und redundanzarm** geben. (...) (Hervorhebungen im Original)"<sup>8</sup> Dieser Ordner bietet zahlreiche Möglichkeiten, die Raumvorstellung der Schülerinnen und Schüler zu fördern und berücksichtigt zudem die geforderten Umsetzungshinweise für den Unterricht.

#### **Zum Begriff Kopfgeometrie**

Für den Begriff der Kopfgeometrie findet man sehr unterschiedliche Definitionen. Zum einen kann man Kopfgeometrie sehr eng definieren, also als Lösung von Geometrieaufgaben nur im Kopf. Grundlage dieses Ordners ist eine weiter gefasste Definition, nach der "… vorstellend an und mit geometrischen Gebilden operiert wird"<sup>9</sup>. Diese Definition beinhaltet auch die Möglichkeit der Lösung mit Hilfe von Zeichnungen, Materialien und Modellen.

#### Teilaspekte der Raumvorstellung

Raumvorstellung ist eine Kompetenz, die sich aus unterschiedlichen Teilfähigkeiten zusammensetzt:

- Räumliche Wahrnehmung
- Veranschaulichung oder räumliche Visualisierung
- Vorstellungsfähigkeit von Rotationen
- Räumliche Beziehungen
- Räumliche Orientierung <sup>10</sup>

In diesem Ordner finden Sie Umsetzungen und Übungen aus diesen Teilbereichen (mit Einschränkungen beim Bereich räumliche Orientierung, der nur ausgehend von der jeweiligen Schulumgebung angegangen werden kann).

#### Zusammenfassung

Geometrie wird im Mathematikunterricht vernachlässigt. Dies kann, wie oben beschrieben schwerwiegende Folgen für die einzelnen Schülerinnen und Schüler haben. Übung auf diesem Gebiet ist somit zwingend notwendig. Dieser Ordner bietet Ihnen für diese notwendige Arbeit eine Vielzahl von Aufgaben und Anregungen, die Sie leicht in Ihrem Unterricht verwenden können und die den Bildungsstandards sowie den Bildungsplänen entsprechen, denn ...

"Es genügt nicht, in der Schule räumliches Vorstellungsvermögen zu beanspruchen; es muss und kann entwickelt und gefördert werden."<sup>11</sup>

Holger Birnbräuer

<sup>&</sup>lt;sup>8</sup> Nach ebd. S. 296

<sup>&</sup>lt;sup>9</sup> PALZKILL, L./SCHWIRTZ, W.: Die Raumlehrerstunde – Eine Einführung in den operativen Geometrieunterricht der Hauptschule, Wuppertal, Ratingen und Kastellaun 1971

 $<sup>^{10}</sup>$  nach MAIER, P. H.: Räumliches Vorstellungsvermögen, 1. Auflage, Auer, Donauwörth 1999, S. 51

<sup>11</sup> BESUDEN, H.: Die Förderung des räumlichen Vorstellungsvermögens in der Grundschule; In H. Besuden (1984): Knoten, Würfel und Ornamente – Aufsätze zur Geometrie in der Grund- und Hauptschule; J. Hayen (Hrsg.), Stuttgart, S. 69



**Bauwerk 8** 



### Räumliche Vorstellung Raum-Lage

Materialien: Arbeitsblatt, Stift

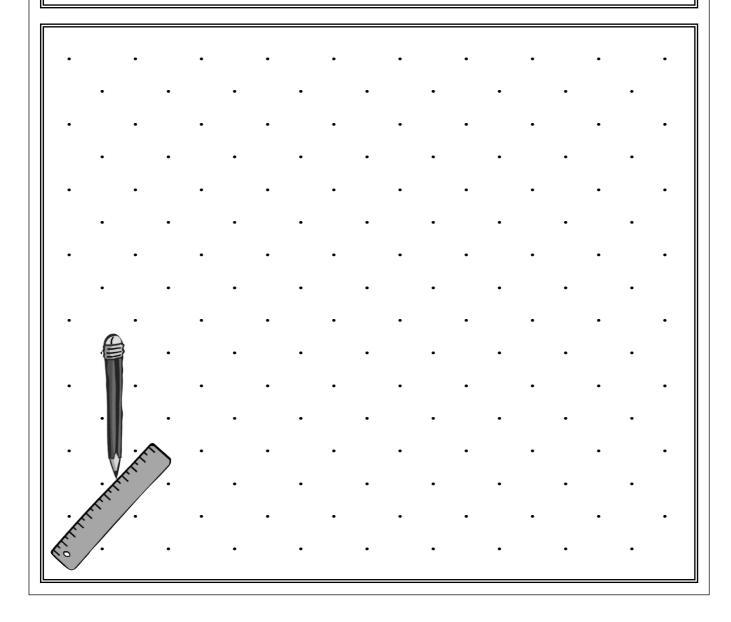


### Skizziere das beschriebene Bauwerk!

- **1.** Das Bauwerk besteht aus drei geometrischen Körpern:
  - ⇒ drei gleichgroße Würfel (rot, grün, blau)
- **2.** Zwei Würfel liegen genau passend übereinander (rot liegt unten).
- **3.** Der grüne Würfel liegt genau passend rechts neben dem unteren der beiden anderen Würfel.









### Gedankenreise 1 — Aufgaben 1



### Konzentration, Orientierung

Materialien: Arbeitsblatt, Stift



### Aufgaben:

I = links

r = rechts

o = oben

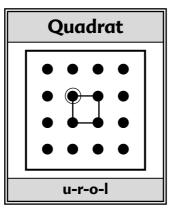
u = unten

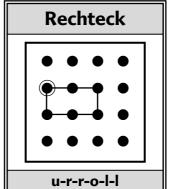
lu = links unten

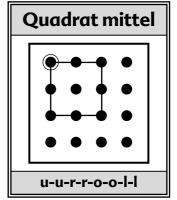
ru = rechts unten

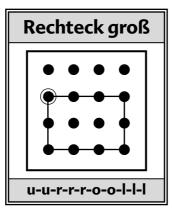
lo = links oben

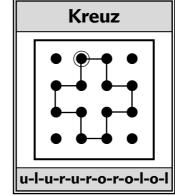
ro = rechts oben

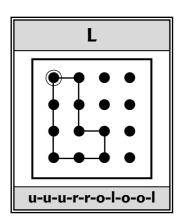


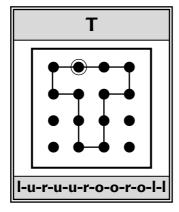


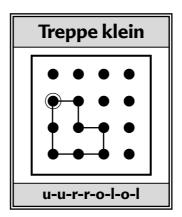


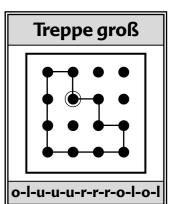


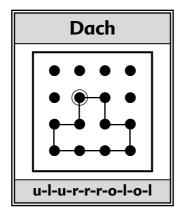


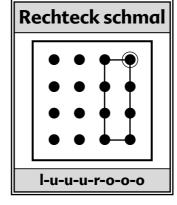


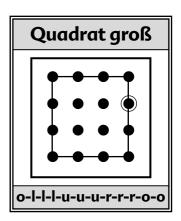














### **Blickwinkel 12**

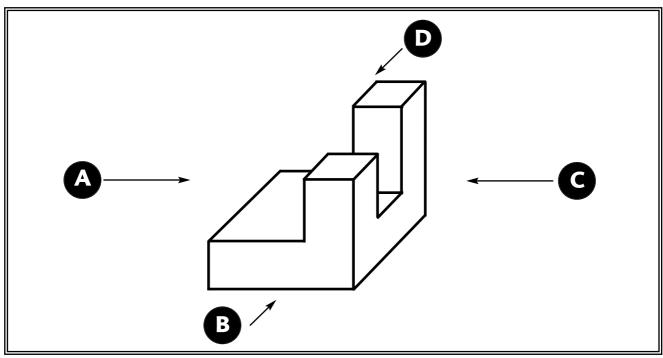


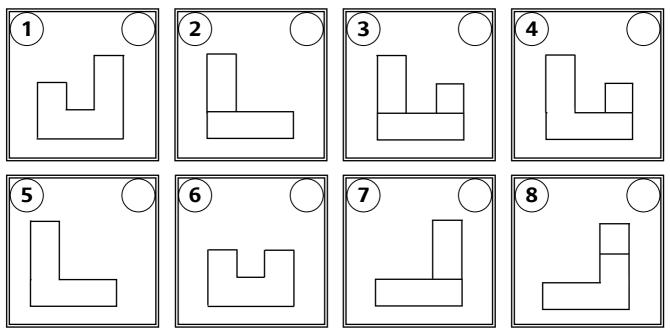
### Raumvorstellung

Materialien: Arbeitsblatt, Stift



### Welche Ansicht gehört zu welchem Punkt?





Bitte umknicken!

A = Bild 3; B = Bild 8; C = Bild 1; D = Bild 5

:6unsor



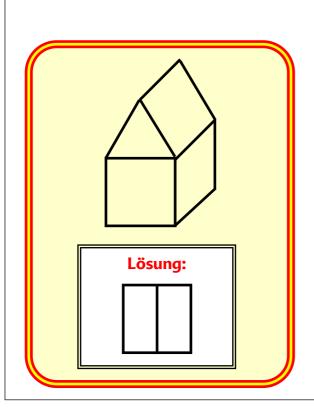
### Luftbilder

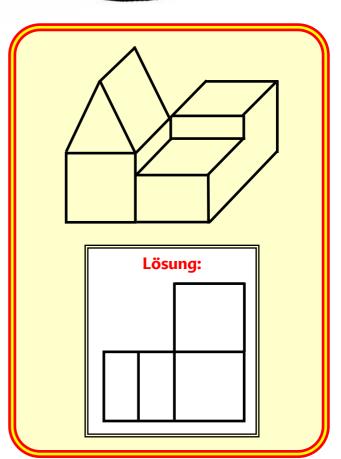


### Raumvorstellung











### Würfellücken - Folie 1

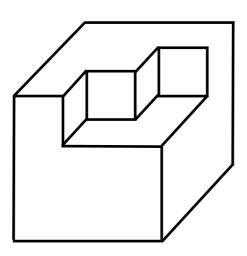


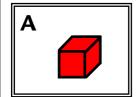
### Räumliche Vorstellung

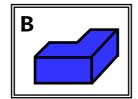
Materialien: Arbeitsblatt, Stift

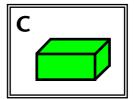


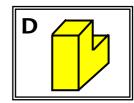
# Mit welchen der Teile von A-D kannst du die Lücke im Würfel auffüllen











### Lösungen:

